Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

Informatika rovattal

KöMaL

Matematika-informatika tanári különszám

különszám
2021.
augusztus

A Bolyai János Matematikai Társulat és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat folyóirata

RÁTZ LÁSZLÓ VÁNDORGYŰLÉS 6 ÉVTIZEDE

2021: online

A 2022-es Vándorgyűlés helyszíne a tervek szerint Eger

A KöMaL támogatói
Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő
Emberi Erőforrások Minisztériuma

KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI LAPOK
INFORMATIKA ROVATTAL BŐVÍTVE
ALAPÍTOTTA: **ARANY DÁNIEL** 1894-ben

TARTALOMJEGYZÉK

A 2021/22-es tanévben a KöMaL előfizetési ára 8800 Ft, ami tartalmazza

- a 9 lapszám postázását és
- a honlapról elérhető elektronikus változathoz való hozzáférést.

Főszerkesztő: RATKÓ ÉVA
Műszaki szerkesztő: MIKLÓS ILDIKÓ
Borító: BURGHARDT ZSUZSA
Kiadja: MATFUND ALAPÍTVÁNY
Alapítványi képviselő: KÓS RITA
Felelős kiadó: KATONA GYULA
Nyomda: OOK-PRESS Kft.
Felelős vezető: SZATHMÁRY ATTILA
INDEX: 25 450 ISSN 1215-9247
A matematika bizottság vezetője:
HERMANN PÉTER
Fizikus szerkesztő:
GNÄDIG PÉTER
Az informatika bizottság vezetője:
SCHMIEDER LÁSZLÓ
Szerkesztőségi titkár: TRÁSY GYÖRGYNÉ
A szerkesztőség címe: 1117 Budapest,
Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.
Telefon: 372-2850
A lap megrendelhető az Interneten:
`www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml`.
E-mail: `szerk@komal.hu`
Internet: `http://www.komal.hu`

Kedves Olvasók, kedves Kollégák!

Vége a nyári szünetnek. Mindnyájan új lendülettel indulunk neki az új tanévnek, ami immár – reményeink szerint – élőben zajlik majd. Itt a szerkesztőségben is hiányzott az élő kapcsolat: egymással, a javítókkal, a szerkesztőbizottsági tagokkal.

Terveket azért szőttünk. Többek között: a C verseny feladatait igyekszünk könnyíteni (ehhez köszönettel veszünk feladatjavaslatokat), indítunk csapatversenyt, a honlapon is lesznek régi-új cikkek. Ezekről bővebben is írunk.

Egy csónakban evezünk. Fogadják szeretettel ezt a kis ismertető kiadványt, és fontolják meg, hogy a nyomtatott lapot, a netes új és régi tartalmakat, esetleg az Archívumot használva hátha könnyebb az evezés. Vagy esetleg még szebb tájakra visz az út.

Ratkó Éva
főszerkesztő

Beharangozó – csapatversenyek

A 2021/22-es tanévben csapatok számára is meghirdetünk több pontversenyt a hagyományos egyéni pontversenyek mellett. Várjuk

3 fős csapatok jelentkezését a C és B matematika,

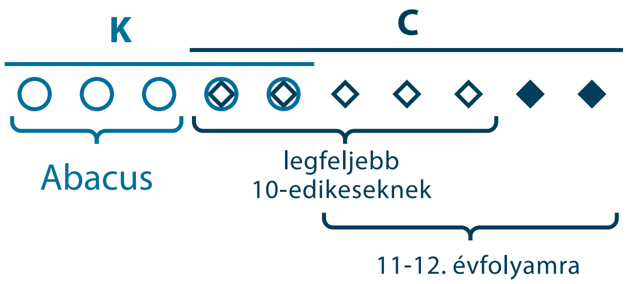
az I informatika, a G és P fizika,

továbbá 2 fős csapatok nevezését az M fizika mérési pontversenyekre.

A csapatversenyek általános szabályai megegyeznek az egyéni nevezésű hagyományos versenyek szabályaival, részletek a versenykiírásban.

Változás a C pontversenyben

A 2021/22-es tanévtől a C pontverseny első két feladata megegyezik a K pontverseny utolsó két feladatával, jelölésük K/C lesz. A megoldásra kapott pontszámok mindkét pontversenybe beszámítanak – hasonlóan az I/S informatika feladatok pontszámításához. A C és a K pontverseny minden feladatára legfeljebb 5 pont kapható. A K pontversenyben továbbra is csak 9. évfolyamos, illetve nyelvi előkészítő évfolyamra járó tanulók vehetnek részt, ugyanakkor versenyezhetnek egyszerre mind a K, mind a C pontversenyekben – az utóbbiban a 10-edikesekkel egy kategóriában. Ugyanakkor azok a 9-edikesek, akik K-ban indulnak, nem lehetnek tagjai C pontversenybe nevezett csapatnak.



Kérdések és válaszok

[?] Hogyan kell beküldeni a megoldásokat?

[!] A megoldásokat elektronikusan kell beküldeni a regisztráció során létrehozott felhasználói fiók segítségével az Elektronikus Munkafüzetben. A lefotózott (vagy szövegszerkesztővel elkészített) megoldást pdf fájlként kell feltölteni. Másik lehetőség a Munkafüzetben rendelkezésre álló szövegdoboz, amibe be lehet gépelni a megoldást – a matematikai kifejezéseket LaTEX parancsokkal megadva.

[?] Mennyi a nevezési díj?

[!] A KöMaL pontversenyeinek nincsen nevezési díjuk. Ugyanakkor ajánljuk az újság előfizetését, amivel lépéselőnyhöz és több tartalomhoz lehet hozzájutni.

[?] Lehet úgy is versenyezni, hogy valaki nem fizet elő a KöMaL-ra?

[!] Igen, ez nem kizáró ok. A feladatokat a lap megjelenése után két héttel tesszük csak publikussá a honlapunkon (kivéve szeptemberben), így kevesebb idő marad a gondolkodásra.

[?] El lehet érni elektronikusan a KöMaL számait?

[!] Igen, 2021. szeptembertől a megrendelés mellé lehetővé tesszük a nyomtatott lap elektronikus elérhetőségét is. A korábbi számok pdf-ben megtalálhatóak az OSZK portálján (`http://epa.oszk.hu/`). Az archívumba az egy évvel korábbi számok kerülnek fel.

[?] Lehet reklamálni, kérdést feltenni egy dolgozat értékelésével kapcsolatban?

[!] Igen, a versenyző diákok a Munkafüzetbe belépve az adott feladat oldalának aljára lapozva, a Munkafüzeten keresztül közvetlenül kérdést, észrevételt tehetnek fel a dolgozatot javítónak. Ha egy vitás kérdésben nem sikerül megegyezni, akkor a szerkesztőséghez lehet fordulni e-mail-ben a szerk@komal.hu címen.

[?] Fel lehet-e használni tanórán vagy szakkörön a KöMaL feladatait és cikkeit?

[!] Igen. A honlapról elérhetőek a korábbi feladatok, ahol pontverseny típusra és megjelenés idejére lehet szűrni. Szintén a `https://www.komal.hu` honlapról lehet eljutni az *Archívumba,* ahol – több más feltétel mellett – részletes témakörjegyzék alapján lehet feladatokat keresni.

[?] Egy átlagos gimnáziumban hasznosíthatóak a KöMaL feladatai?

[!] Gondolkodtató feladatként vagy szakkörre ajánljuk – évfolyamtól függetlenül – matematikából a K és C feladatok legtöbbjét; fizikából a G feladatokat, szakkörre vagy projektfeladatként az M mérési feladatokat. Informatikából gondolkodtató vagy szakköri feladatként az I feladatokat, érettségire készülve pedig az I (É) jelűeket.

Nyelvi előkészítő évfolyamban egy-egy alkalommal színesíthető a tanóra jól kiválasztott K feladat angol nyelven való feladásával. (A megoldást helyzettől függően magyarul vagy angolul fogalmazzák meg a diákok.)

[?] Elérhetőek-e a KöMaL feladatainak megoldásai?

[!] Igen, a K, C és B matematika és a G és P fizika feladatok megoldásvázlata vagy részletes megoldása évek óta elérhető honlapunkról a beküldési határidő után pár nappal; az informatika feladatok megoldása pedig a javítás után kerül föl. Ettől eltérő, a diákokén alapuló megoldásokat a nyomtatott lapban közlünk rendszeresen.

Ízelítő a Rátz László Vándorgyűlés egyik előadásából

Minden év július elején számíthatunk a Bolyai János Matematikai Társulat által megszervezett Vándorgyűlésre – amit idén online tartottak meg. Távoktatást és tanév fáradalmait jobbra, számítógépundort balra tolva, aki részt vett az idei gyűlésen, az nem csalatkozott: üdítően friss és nagyon sok igényt kiszolgálóan sokszínű előadás-sorozatban lehetett része. Az ilyen összejövetelek egyik legjobban eső része a személyes beszélgetések, közös kávézások: ez elmaradt. Lett pozitívuma is az online rendezésnek: minden előadás visszahallgatható. Ki nem volt olyan eseményen, amikor a kívánatos programok közül csak az egyiken vehetett részt?

A BJMT feladatának érzi, hogy a matematika innovatív hatásait sokak számára elérhetővé tegye. Ennek érdekében tanulmányi versenyeket, tehetséggondozó szakköröket, tanártovábbképzéseket és konferenciákat szervez, részt vesz folyóiratok és könyvek kiadásában. Napjainkban 900 fő körül van tagjaink létszáma az ország egész területéről, közöttük találhatóak diákok, tanítók, közoktatásban és felsőoktatásban részt vevő tanárok, kutatók, akadémikusok.

`https://www.bolyai.hu/rendezvenyek-ratz-laszlo-vandorgyules/`

Egy előadás szemlézése

A versenyfeladatok kiválasztásának szempontjairól beszélt *Dobos Sándor* a gimnáziumi diákok számára összeállított OKTV feladatsorok kapcsán. (Dobos Sándor: „OKTV, feladatok, tanulságok”.) Az általa felsorolt szempontokat több – a számelmélet témaköréből választott – feladat megoldásának bemutatásával illusztrálta.

Előadását az OKTV rövid bemutatásával kezdte: ez az országos verseny matematikából önmagában motivációt jelent, a felkészülés során a diákok többlet tudásra tesznek szert. Másrészről egy mérce: megtudhatja egy diák, hogy – nagyon speciális feltételek mellett – az országos mezőnyben hol helyezkedik el. Az OKTV-t 3 kategóriában és 3 fordulóval rendezik meg, minden forduló 5 órás, fordulónként rendre 5, 4 és 3 feladatot tűznek ki. Minden feladat 7 pontot ér, a megoldásokat a központi útmutató alapján az első fordulóban a szaktanár, majd a továbbiakban a Bizottság javítja ki. Az OKTV egy verseny, ami sorrendet állít fel az indulók között, ezzel ellentétben az érettségi egy vizsga, ami tudásszintet állapít meg.

A feladatsorok összeállításakor fő szempontok, hogy – különösen az első feladatok

szövege:	jellemzője, hogy:
• otthonos, ismerős; • érdekes; • meglepő legyen.	• érdekes az állítás, • valamit ki kell találni, • értékelés szempontjából diák- és tanárbarát.

Az illusztrációként bemutatott feladatok:

13/14. 1. forduló 1. feladat. Melyek azok a pozitív p és q prímek, amelyekre a $p+q$, $p+q^2$, $p+q^3$, $p+q^4$ számok mindegyike prím?

11/12. 2. forduló 1. feladat. A pozitív egész n szám osztóit nagyság szerint növekedve felírtuk, az első volt az 1. A sorrendben a hatodik lett a 35. Keressük meg azt a legkisebb n értéket, amire ezek teljesülnek.

17/18. 1. forduló 2. feladat. A pozitív egészekből álló $d_1, d_2, \dots, d_k$ sorozatot az n osztóláncának nevezzük, ha $d_1=1$ és $d_k=n$, továbbá a sorozat minden tagja – az utolsó kivételével – osztója a következő tagnak.

Például $n=6$ esetén három ilyen osztólánc van, ezek az $1,6$; $1,2,6$; és az $1,3,6$.

Hány osztólánc van, ha (a) $n=1024$; (b) $n=999$; (c) $n=1000$?

18/19. 1. forduló 5. feladat. Mi lehet az a pozitív egész szám, amelynek összesen 10 pozitív osztója van, ebbe beleszámoltuk az 1-et és magát a számot is, és ennek a tíz számnak az összege 34 364?

20/21. 2. forduló 4. feladat. Legyen n pozitív egész. Vegyünk $2n$ darab különböző prímszámot, jelölje szorzatukat L. Tekintsük azon pozitív egész $a<b$ számokat, amelyekre a osztója b-nek és b osztója L-nek. Igazoljuk, hogy ezen (a,b) párok száma 5-tel osztható.

`https://ematlap.hu/tanora-szakkor-2021-5/1082-egy-oktv-feladat-margojara`

18/19. 2. forduló 2. feladat. Az $1,2,\dots,n$ számok közül kiválasztható-e úgy egy k szám, hogy az alábbi M kifejezés értéke négyzetszám legyen, ha (a) $n=2019$; (b) $n=2020$?

$$M=\frac{1!\cdot 2!\cdot \ldots \cdot n!}{k!}.$$

Informatika

Pontverseny:
I,
informatika

- Versenytípus: Egyéni vagy csapat
- Életkor: 1-12. évfolyam
- Kiknek: Ügyes, tehetséges
- Hány feladat: 3+1
- Hány értékelt: **Legfeljebb 3**
- Pontszámok: 10
- Felkészít: Nemes T. verseny, emelt érettségi

Pontverseny:
S,
nehéz programozás

- Versenytípus: Egyéni
- Életkor: 1-12. évfolyam
- Kiknek: Tehetséges, Nagyon tehetséges
- Hány feladat: 1+1
- Hány értékelt: **Összes beküldött**
- Pontszámok: 10
- Felkészít: OKTV, emelt érettségi, informatika alapszakok

Matematika

Pontverseny:
K,
mint kezdő

- Versenytípus: **Egyéni**
- Életkor: 9. évfolyam
- Kiknek: Ügyes
- Hány feladat: 5
- Hány értékelt: **Összes beküldött**
- Pontszámok: 5
- Felkészít: Belépő a matek versenyekhez
- Egyéb: Az Abacus-szal **közös** verseny

Pontverseny:
C

- Versenytípus: Egyéni vagy csapat
- Életkor: 9-12. évfolyam
- Kiknek: Ügyes, tehetséges
- Hány feladat: 2+3+2
- Hány értékelt: Életkor szerint **legfeljebb 5**
- Pontszámok: 5
- Felkészít: Arany D. verseny, OKTV, emelt érettségi
- Egyéb: 2 feladat a **K**-val **közös**

Pontverseny:
B

- Versenytípus: **Egyéni** vagy **csapat**
- Életkor: 9.-12. évfolyam
- Kiknek: Tehetséges, Nagyon tehetséges
- Hány feladat: 8
- Hány értékelt: **Legfeljebb 6**
- Pontszámok: 3-6
- Felkészít: OKTV, matematika alapszak
- Egyéb: Egyszere **nem** lehet **K**-ban és **B**-ben is versenyezni

Pontverseny:
A

- Versenytípus: **Egyéni**
- Életkor: 9-12. évfolyam
- Kiknek: Kimagaslóan tehetséges
- Hány feladat: 2-3
- Hány értékelt: Összes beküldött
- Pontszámok: 7
- Felkészít: OKTV, Kürschák verseny, IMO, nemzetközi versenyek


Nevezés
Egyéni vagy csapat-versenyre
az első hónapban.
Bármikor lehet csatlakozni év közben.
Regisztráció
Ha korábban még nem regisztráltál.
www.komal.hu
Elfelejtett jelszó esetén kérj újat!
Egyéni
Nevezés kész.
Bármely pontverseny feladatát beküldheted.
Csapat
Nevezzétek a csapatot is pontversenyenként.
Különböző osztályból v. évfolyamból is lehettek.
Figyelj!
K és B
ill.
G és P
egyszerre nem küldhető.
Jelöld választásod az adatlapodon.
Figyelj!
A határidőre és a formai követelményekre.
mat: 10-e, fiz, info: 15-e
részletes versenykiírás
Beküldés 1.
Jelentkezz be a honlapra.
www.komal.hu
Csapatverseny esetén a csapat regisztrációjával.
Beküldés 2.
"Munkafüzet" - "Kitűzött feladatok"
Itt tudsz választani feladatot.
Beküldés 3.
Döntsd el a beküldési módot.
pdf fájl v.
begépelés
Beküldés 4.
Egyesével töltsd fel a megoldásaidat.
Cserélhetők, javíthatók a határidőig.

A tavaszi kérdőív tanulságai

Ezúton is szeretnénk megköszönni azok segítségét, akik tavasszal kitöltötték kérdőívünket.

A középiskolásnál idősebb korosztály kérdéseire 316 válasz érkezett, közülük 206-an jelölték meg, hogy középiskolai tanárok. A pontversenyekről, az újság és a honlap tartalmáról szóló többválasztásos kérdések megválaszolásán túl 80-an írták le külön a gondolataikat. A válaszolók általában lapunk iránt elkötelezettek, ezért külön értékesek számunkra az általuk megfogalmazott, több területet is érintő, építő kritikák.*

A tanácsok, javaslatok nem értek minket meglepetésként: megerősítést nyertek azok a feltevések, amik megoldásán elkezdtünk gondolkodni.

- a válaszoló diákok egy részének nagyon fontos a KöMaL a szakmai fejlődéshez;
- a másik részük, aki versenyzik, sokszor szenved kicsit vagy nagyon;
- nem mindig tiszta a verseny;
- a diákok többsége pozitív következményeket vár / tapasztal a rendszeres versenyzéstől;
- a tanárok szerepe kulcsfontosságú abban, hogy egy diák kömalozik-e;
- legalább akkora mértékben foglalkoznak egy feladatsor feladataival diákok, mint ahányan versenyeznek;
- nehéz rávenni a diákokat a feladatmegoldásra (bármi is legyen ennek oka);
- a tanároknak nincsen ideje;
- nagy igény van
  - elektronikusan is elérhető újságra (pdf);
  - segítő cikkekre, írásokra;
  - feladatmegoldások bővebb publikálására;
- a válaszoló tanárok negyede „még mindig nehéznek tartja a feladatokat”;
- az emelt szintű érettségi gyakorló feladatok tartalmát, formáját újra kell gondolni, mert nehezek;
- a csapatverseny gondolatát a tanárok legalább 40%-a támogatja, 33%-a szkeptikus; a diákok harmada inkább azt választaná, másik harmada indulna abból a tárgyból, amiben kevésbé tehetséges.

A visszajelzésként adott gondolatok nem maradnak visszhang nélkül, hiszen van egy közös célunk: minél több diákunk megtudja, `#kömaloznijó`.

Kós Rita

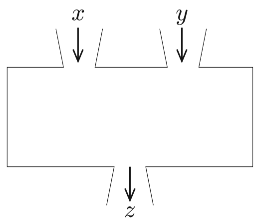
*A kérdőívek eredményeiről szóló részletes beszámolót keressék honlapunkon: `https://www.komal.hu`.

Kedvcsináló

Válogatás a K és C pontversenyek feladataiból

K. 658. Két egyforma téglalap alapterületű szobát 25 cm × 40 cm-es padlólapokkal burkolnak be teljesen a padlólapok vágása nélkül. Az egyik szobában a hosszabbik falszakasszal párhuzamosan rakják a padlólap 40 cm-es oldalát, a másik szobában pedig a rövidebbik fallal párhuzamosan. Az egyik szobában a hosszabbik fal mellé 9-cel kevesebb lap került, mint a másik szobában, a rövidebbik fal mellé pedig 6-tal több, mint a másikban. Hány méter hosszúak a két szoba alapjának oldalai?

K. 646. Van három gépünk, amelyek két-két bemenettel, és egy-egy kimenettel rendelkeznek. A gépek a bemeneteken keresztül megadott számokkal egy meghatározott műveletsort végeznek el, és ennek eredménye jelenik meg a kimeneten. A három gép tehát az *ábra* szerint néz ki.



Az A gép kimenetén $x \cdot y$ jelenik meg, a B gép kimenetén $x^2 + y$, a C gép kimenetén pedig $5 \cdot x + 3 \cdot y$ (x és y jelöli az egyik, illetve a másik bemeneten beadott számokat). Összekötjük az A, B és C gépeket olyan módon, hogy az egyik kiválasztott gép egy-egy bemenetére a másik két gép kimenetét kötjük rá. Mennyi lesz az utolsó gépből kijövő lehető legnagyobb eredmény, ha a két első gépbe egyaránt az $x = 4$ és $y = 7$ értékeket tápláljuk be?

K. 652. Egy dobozban sárga, kék és piros golyók vannak, mindegyikből 10-10 darab. Hányféleképpen oszthatjuk szét ezeket egy 10-es és egy 20-as csoportra úgy, hogy mindkét csoportban mindegyik színű golyóból legyen legalább egy? (Az azonos színű golyókat nem tudjuk egymástól megkülönböztetni.)

C. 1637. Sárkányországban minden hétfejű sárkány tüzet okád, de nem minden hétfejű tűzokádó lény sárkány. A legutóbbi lényszámlálás szerint az országban pont ugyanannyi sárkány él, mint tűzokádó lény. Igaz-e, hogy minden sárkány hétfejű?

(megjegyzés: legfeljebb 10. évfolyamig)

C. 1569. Egy 24 fős osztályban páratlan sok gyereket hívnak Zsófiának. Tudjuk, hogy közülük aki a névsorban legelöl van, az annyiadik a névsorban, ahány Zsófia van, aki pedig a harmadik, annak a sorszáma háromszor ennyi. Tudjuk továbbá, hogy a névsorban minden Zsófia előtt vagy után szintén Zsófia van. Határozzuk meg, hogy az osztálynévsor hányadik helyein szerepelnek Zsófiák.

Hommer László (Kemence) feladata nyomán

C. 1523. Egy konvex négyszöget az átlóival háromszögekre bontunk. Mutassuk meg, hogy ha a négy háromszög területei között pontosan háromféle érték fordul elő, akkor a négyszög trapéz.

(megjegyzés: 11-12. évfolyamosoknak)

Bíró Bálint

Válogatás a B és az A pontversenyek feladataiból

B. 5110. Egy egyenlő szárú háromszögbe írható körnek az oldalakkal párhuzamos érintői a háromszögből három kis háromszöget vágnak le. Bizonyítsuk be, hogy az alapra illeszkedő kis háromszögek alaphoz tartozó magassága megegyezik a háromszögbe írható kör sugarával.

(*3 pont*)

B. 5129. Két játékos az x^3+ax^2+bx+c polinom a, b és c együtthatói közül felváltva választ egyet, majd annak egy tetszőleges egész értékeket ad. Bizonyítsuk be, hogy a kezdő el tudja érni, hogy (a három lépés után) a polinom mindhárom gyöke egész szám legyen (vagyis a polinomot fel lehessen bontani három elsőfokú, egész együtthatós polinom szorzatára).

(*3 pont*)

B. 5096. Az ABC egységnyi oldalú szabályos háromszögben legyen P a beírható körvonal tetszőleges pontja. Jelölje a P pont merőleges vetületét a BC, AC és AB oldalakra rendre D, E, illetve F. Igazoljuk, hogy a DEF háromszög területe P választásától független állandó.

(*4 pont*)

B. 5136. A kishitűek és nagyotmondók szigetén minden ember vagy kishitű vagy nagyotmondó. Egyszer egy külföldi tévedt a szigetre, és egy társaság meghívta vacsorázni. A vacsora végén megkérdezte a társaság mindegyik tagjától, hogy hány nagyotmondó van a társaságban. A kishitűek az igazságnál kisebb, a nagyotmondók pedig nagyobb számot válaszoltak. Igaz-e, hogy a kapott válaszok ismeretében egyértelműen meghatározható a nagyotmondók száma?

(*5 pont*) *Dürer Verseny* egy feladata alapján

B. 5140. Egy szigeten 10 ország található, ezek közül némelyek szomszédosak egymással, mások nem. Mindegyik ország egy saját valutát használ. Mindegyik országban egyetlen pénzváltó működik, a következő szabályok szerint: aki az adott ország valutájából 10 darabot befizet, az kap az összes szomszédos ország valutájából 1-1 darabot. Arisztid és Tasziló fejenként 100-100 egységgel rendelkeznek mindegyik ország valutájából. Ezután mindketten a nekik tetsző sorrendben váltogatják a pénzüket a különböző országok pénváltóiban, amíg csak van olyan valutájuk, amit tudnak váltani (tehát legalább 10 darab van belőle). Bizonyítsuk be, hogy a végén pontosan ugyanannyi bergengóc tallérja lesz Arisztidnek és Taszilónak (a bergengóc tallér a sziget egyik országának valutája).

(*6 pont*) *Mészáros Gábor* (Budapest) ötletéből

A. 781. Szeretnénk körzővel és vonalzóval megszerkeszteni egy egyenlő szárú háromszöget. Ehhez a következő négy adatból kapunk meg kettőt: a háromszög alapjának hossza (a), a háromszög szárának hossza (b), a beírt körének sugara (r), a körülírt körének sugara (R). A hat lehetséges esetből melyek azok, amikor a háromszög biztosan megszerkeszthető?

Rubóczky György (Budapest) ötlete alapján

A. 782. Bizonyítsuk be, hogy egy síkbarajzolható egyszerű gráf éleit mindig lehet úgy irányítani, hogy minden pont kifoka legfeljebb három legyen.

A. 770. Határozzuk meg azokat az n pozitív egészeket, melyekre $n!$ két Fibonacci-szám szorzata.

Kiss Géza

Válogatás az I pontverseny feladataiból – néhol rövidítve

I. 526. András szereti az egész számokat és a számrendszereket. Azon töprengett, hogy vannak-e olyan számok, amelyeket több különböző alapú számrendszerben felírva a számjegyek összege ugyanaz az érték. Hamar rájött, hogy például az 1 szám felírása mindegyik számrendszerben 1, tehát a számjegyek összege is azonos. A 2 szám alakja 2-es számrendszerben 01, minden más számrendszerben 2, vagyis a számjegyek összege egy kivétellel itt is 2. Gondolta, hogy az egyjegyű számoknál ez nem olyan érdekes tulajdonság, ezért a többjegyűekkel kezdett foglalkozni. Sokat számolt, de rájött, hogy a témakört alaposabban csak számítógépes programmal tudná megvizsgálni.

Segítsünk Andrásnak. Készítsünk programot, amely megadja azokat a tízes számrendszerben legalább kétjegyű, de legföljebb hatjegyű pozitív egészeket, amelyeknek a lehető legtöbb számrendszerben azonos a számjegyeinek összege. A program a kimenet első sorába írja ki, hogy legföljebb hány számrendszerben azonosak a számok, majd a következő sorba növekvő sorrendbe írja ki ezeket a számokat. A program csak a kettestől a tízesig terjedő számrendszerekben vizsgálódjon.

A feladat teljes szövegére mutató qr-kód a hátsó belső borítón látható.

I/S. 43. Jelölje $f(n)$ az n-edik Fibonacci-számot, ahol $f(0)=1$, $f(1)=1$, valamint $f(n+2)=f(n)+f(n+1)$. Készítsünk programot, amely adott N-re meghatározza az $f\big(f(N)\big)$ értékének utolsó két számjegyét.

Bemenet: az első sor tartalmazza az N nemnegatív egész számot. *Kimenet:* az egyetlen sorban $f\big(f(N)\big)$ utolsó két számjegye. *Korlátok:* $1 \leqslant N \leqslant 10^{15}$. Időkorlát: 0,4 mp. *Értékelés:* a pontok 50%-a kapható, ha $N \leqslant 10$.

Példa:

Bemenet	Kimenet
`6`	`77`

I. 401 (É). Az időjárás megfigyelés és előrejelzés mellett a pollenkoncentrációról is jelentést adnak ki a meteorológiai szolgálatok. Ezekben a jelentésekben a veszélyeztetés mértékét a + jelek számával jelzik egy négyfokozatú skálán a legfontosabb allergén növényekre és gomba spórákra. Az allergenitást, az adott növénnyel szembeni tünetek gyakoriságát, a + jelek számával, szintén négy fokozatban közlik.

A honlapunkról letölthető `meres.txt` fájlban egy kiválasztott hét átlagos pollenterhelésének adatai vannak. *A megoldás során törekedjünk képlet, függvény, hivatkozás használatára, a segédszámításokat egy másik munkalapon végezzük, és ne használjunk saját függvényt vagy makrót.*

1. Nyissuk meg táblázatkezelő program segítségével a honlapunkról letölthető `meres.txt` tabulátorokkal tagolt, UTF-8 kódolású adatfájlt úgy, hogy az első érték az `A1`-es cellába kerüljön. A munkalap nevét **Mérés**-re változtassuk meg. A munkafüzetet mentsük a táblázatkezelő saját formátumában `i401` néven.

. . .

5. A harmadik és negyedik cellában határozzuk meg függvények segítségével a második sor első két cellájába írt város és virágnév alapján az allergenitást és a tüneteket a **Mérés** munkalapon található aktuális értékek alapján.

A feladat teljes szövegére mutató qr-kód a hátsó belső borítón látható.

Schmieder László

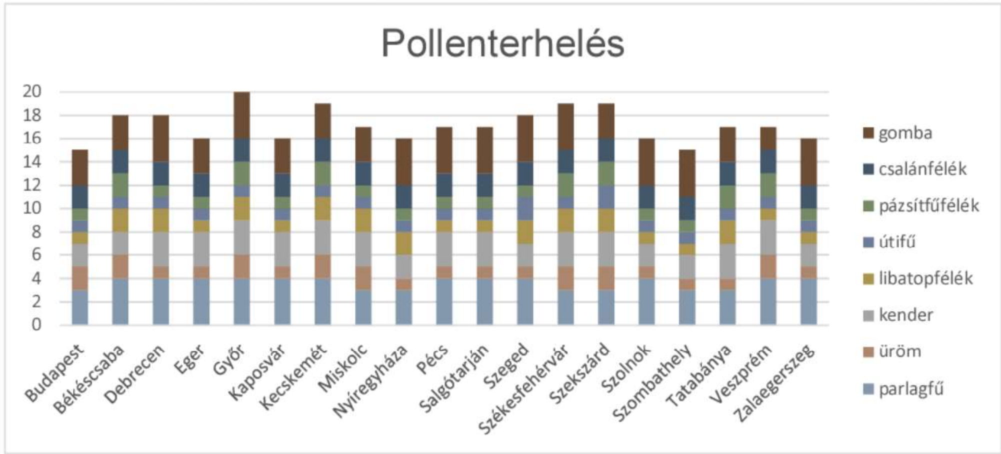
Beharangozó – cikkek a honlapon

Honlapunkon szeptembertől még több cikkel jelentkezünk különböző tematikák mentén, például:

- egy-egy érdekes feladatról, jelenségről szóló rövid, könnyen érthető írás;
- az új Natból kimaradó, de a KöMaL feladatokhoz hasznos ismeretek bemutatása (nem időrendben);
- megoldási trükkök, tippek, módszerek;
- válogatás a nagy elődöktől – rövid cikkek a nyomtatott lapból;
- könyvajánló.

I. 401. (É)

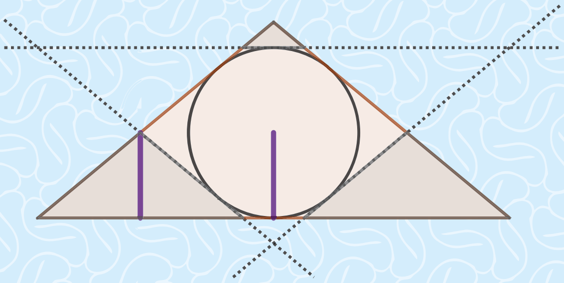
34. hét	parlagfű	üröm	kender	libatopfélék	útifű	pázsitfűfélék	csalánfélék	gomba
allergenitás	****	****	*	***	***	****	***	****
Budapest	+++	++	++	+	+	+	++	+++
Békéscsaba	++++	++	++	++	+	++	++	+++
Debrecen	++++	+	+++	++	+	+	++	++++
Tatabánya	+++	+	+++	++	+	++	++	+++
Veszprém	++++	++	+++	+	+	++	++	++
Zalaegerszeg	++++	+	++	+	+	+	++	++++



Az I. 526. feladat teljes szövege:

Az I. 401. feladat teljes szövege:

B. 5110.



#kömaloznijó KöMaL https://www.komal.hu

A KöMaL támogatói

Nemzeti Együttműködési Alap

Miniszterelnökség

Bethlen Gábor Alapkezelő Zrt.

Nemzeti Kulturális Alap